Lehrstuhl für Stahl- und Leichtmetallbau
Universität Fridericiana Karlsruhe
Univ.-Professor Dr.-Ing. Helmut Saal

76128 Karlsruhe
Kaiserstraße 12

DIPLOM-HAUPTPRÜFUNG – Neue DPO

Vertieferprüfung
„Dünnwandige Tragwerke und plastische Bemessung“
8. April 2003
Dauer: 120 Minuten
(Überangebot 15 Minuten)

Name: ....

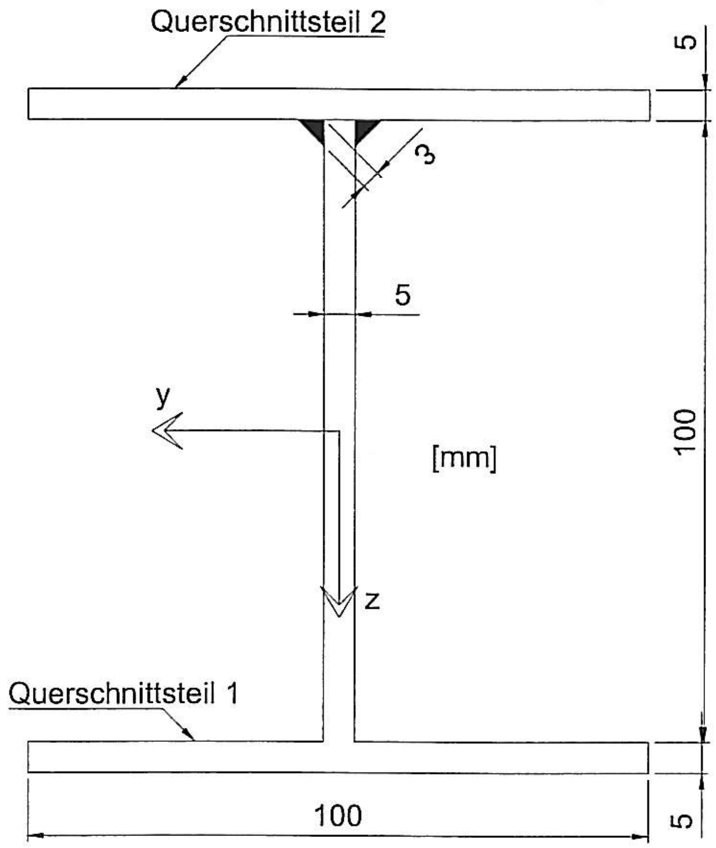
3 + 4
(Arndt ?)

Aufgabe:	1	2	3	4	5
Erreichte Punktzahl:					

Abgegebene Blätter:	

Aufgabe 1 — 45 min

Der dargestellte geschweißte Querschnitt eines Druckstabs aus Aluminium wird im Lastfall H mit N = 75 kN belastet. Die Normalkraft greift zentrisch im Flächenschwerpunkt an. Die Knicklänge für Ausweichen in z-Richtung beträgt 2,5m. Das Ausweichen in y-Richtung ist ausgeschlossen. Kennzeichnen Sie die Lage und Abmessungen der Wärmeeinflusszone und führen Sie die erforderlichen Stabilitätsnachweise.



Angaben:

Werkstoff: EN AW-6082-T5 mit $\beta_{0,2}$=230N/mm²; β_Z=270N/mm² und $\beta_{0,2,WEZ}$=125N/mm²; $\beta_{Z,WEZ}$=185N/mm² im Bereich der Wärmeeinflusszone (WEZ).

Biegeknicken: $E^* = 65000\,\frac{N}{mm^2}$ $\quad \overline{\sigma} = 230\,\frac{N}{mm^2}$

$\overline{\mu} = 0{,}8$ $\quad n = 5$

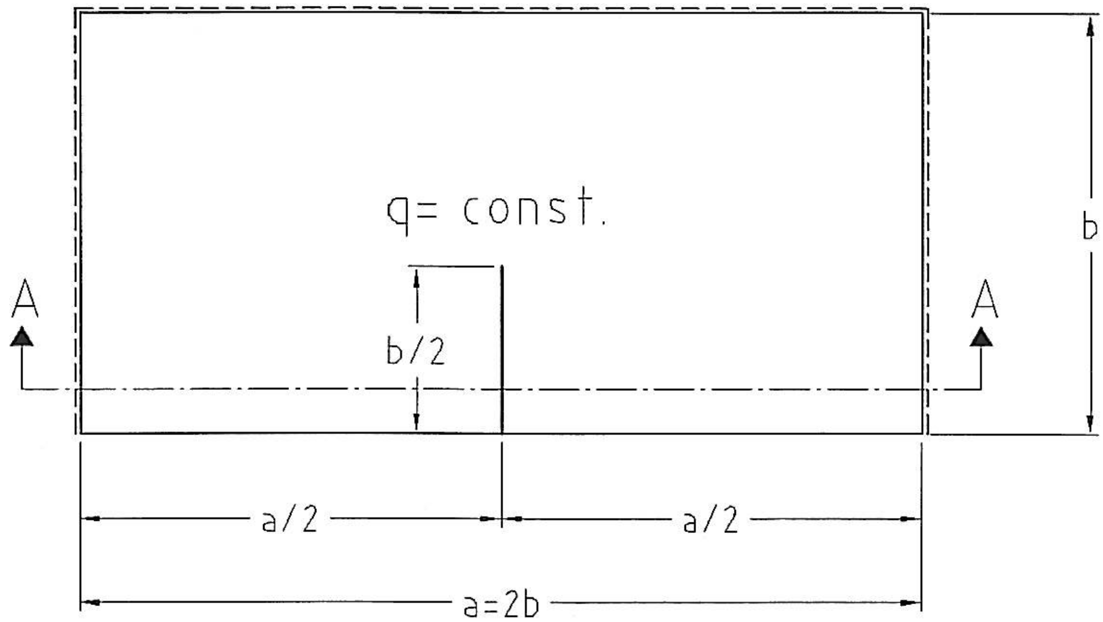
$u = i_\kappa \cdot \left(\frac{\lambda}{140}\right)^2$

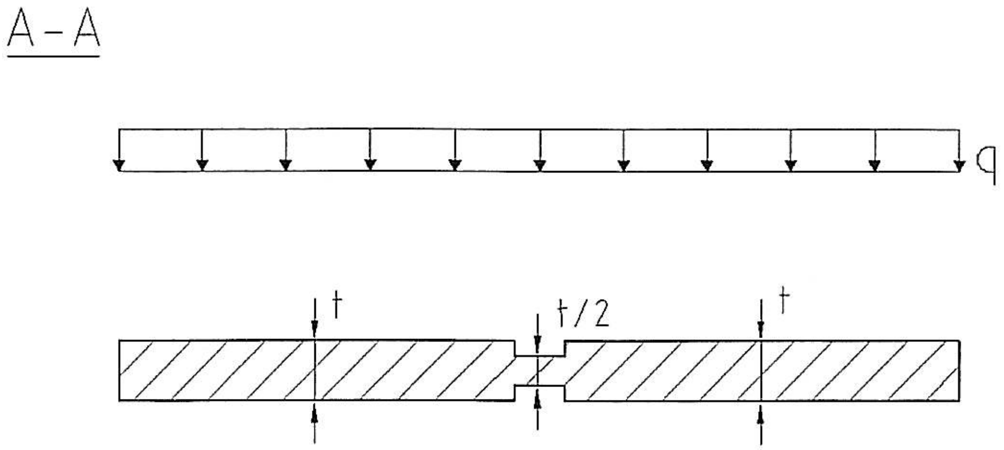
Örtliches Beulen: $\lambda_p = 113$ $\quad A = 21$

$B = 0{,}814$

Aufgabe 2 **25 min**

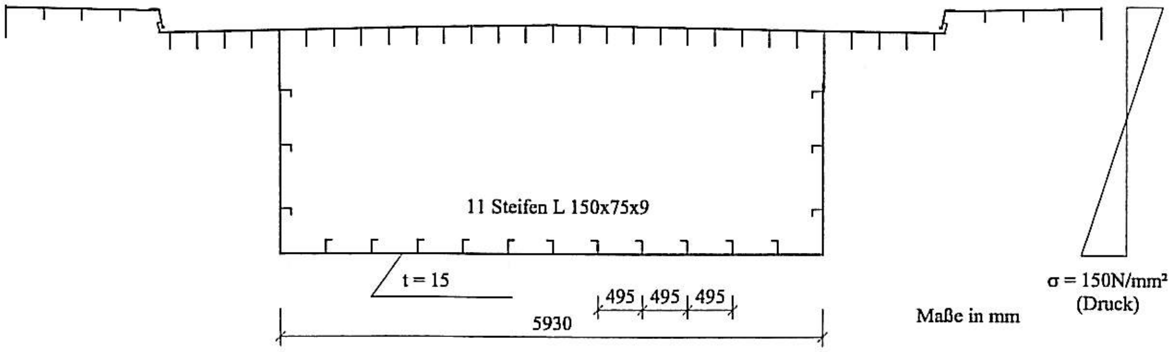
Die unten dargestellte Stahlplatte ist an drei Seiten gelenkig gelagert und besitzt in Plattenmitte eine über die halbe Breite verlaufende Querschnittsschwächung. Die Platte wird durch eine konstante Flächenlast q belastet.
Ermitteln Sie mit Hilfe der Fließlinientheorie eine Abschätzung für die charakteristische Traglast q_k der Platte.





Aufgabe 3 **30 min**

In der nachfolgenden Skizze ist der Querschnitt im Stützbereich einer Stahlbrücke aus S355JRG2 dargestellt. Der Querschnitt ist alle 4,0m durch Querrahmen ausgesteift. Die Biegedruckspannung im Bodenblech ist über die Länge konstant. Das Bodenblech ist durch Längssteifen ausgesteift.



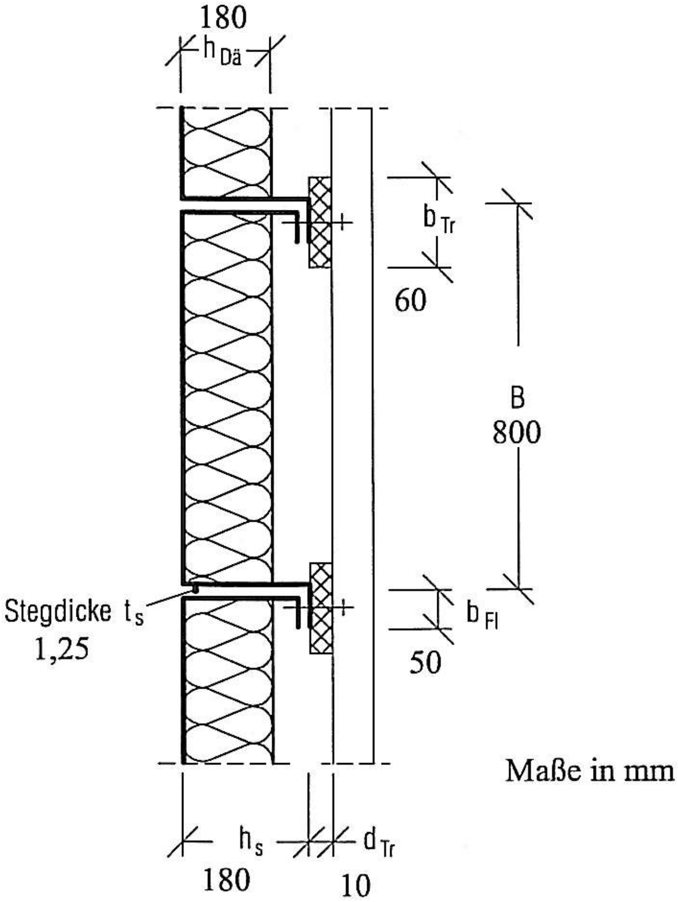
Führen Sie den Beulsicherheitsnachweis nach DIN 18800 Teil 3 (11.90) für das Bodenblech.

Die Beulwerttafeln für ausgesteifte Beulfelder sind auf der nächsten Seite angegeben.

Hinweise:
Die bezogene Querschnittsfläche aller Steifen beträgt: $\delta = 0{,}2$.
Das Flächenträgheitsmoment einer Steife einschließlich des mitwirkenden Bodenblechs beträgt: $I = 2155\text{cm}^4$.

Aufgabe 4 **10 min**

In der nachfolgenden Prinzipskizze ist der Querschnitt einer zweischaligen wärmegedämmten Trapezprofilwand dargestellt.



Die rechnerische Wärmeleitfähigkeit der Wärmedämmung beträgt 0,035W/(mK).
Die Wärmeleitfähigkeit des nicht komprimierbaren Trennstreifens beträgt 0,05W/(mK).

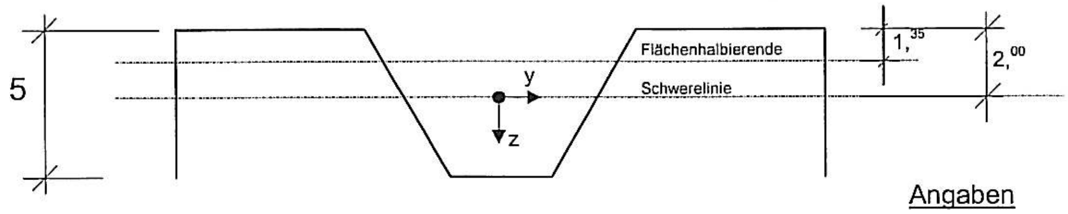
Ermitteln Sie mit Hilfe des beiliegenden Nomogramms den mittleren Wärmedurchgangskoeffizienten U_m der Wandkonstruktion.

Geben Sie drei Maßnahmen an, mit denen der mittlere Wärmedurchgangskoeffizient verringert werden kann.

Aufgabe 5 **25 min**

Zu untersuchen ist der in Abbildung 5.1 dargestellte Querschnitt aus Aluminium. Das statische System ist in Abb. 5.2 dargestellt. Es ist von einer linear-elastischen/ideal-plastischen Spannungs-Dehnungsbeziehung für den Werkstoff auszugehen.

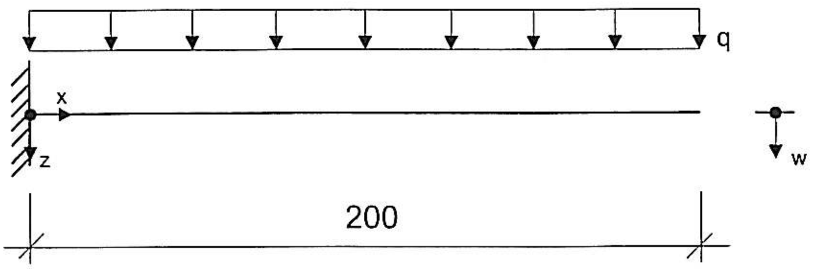
Abb. 5.1 - Querschnitt



Angaben

$\beta_{0,2}$ = 180,00 N/mm^2
E = 71000,00 N/mm^2
A = 41,25 mm^2
I_y = 114,05 mm^4
$S_{y,o}$ = 16,15 mm^3
$S_{y,u}$ = 45,00 mm^3

Abb. 5.2 - System



Alle Maße in mm – Zeichnungen nicht maßstäblich.

1. Wie groß sind die elastische Grenzlast q_{el} und die plastische Grenzlast q_{pl}?

Das System wird mit q_{pl} belastet.

2. Zeichnen Sie in Anlage 5.1 die Spannungsverteilung über die Querschnittshöhe an der Einspannung. Die Ordinaten sind anzugeben.

Das System wird vollständig entlastet.

3. Zeichnen Sie in Anlage 5.1 die Spannungsverteilung über die Querschnittshöhe an der Einspannung nach der Entlastung. Die Ordinaten sind anzugeben.

Anlage 5.1 (Maßstab 20:1):

a. unter q_{pl} b. nach Entlastung

überlagert Eigenspannungen

Oberkante Profil

Flächenhalbierende

Schwerelinie

Unterkante Profil

Das gleiche System ohne Eigenspannungen soll unter einer Last P_R um den Betrag w_R am Kragarmende hochgebogen werden, so dass unter alleiniger Wirkung von q_{el} keine Durchbiegung am Kragarmende auftritt (w=0).

4. Wie groß sind P_R und w_R?

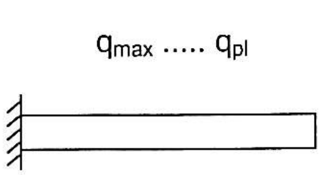
In dieser Berechnung wurden vereinfachende Annahmen getroffen, deren Einfluss untersucht werden soll.

5. Zeichnen Sie <u>qualitativ</u> in Anlage 5.2 die Spannungsverteilung über die Querschnittshöhe an der Einspannung für ein Moment M, mit M_{el} < M < M_{pl} für die angenommene und die wirkliche Spannungs-Dehnungsbeziehung von Al.
6. q_{max} sei die vom System maximal aufnehmbare Last. Füllen Sie folgende Leerstellen mit „<", „=" oder „>" aus, und zeichnen Sie die Lage der Plastizierungen im System.

Elastizitätstheorie

q_{max} ..... q_{el}

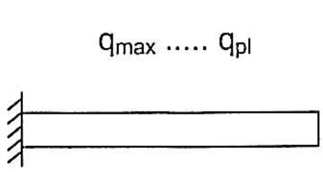
q_{max} ..... q_{pl}



Fließgelenktheorie

q_{max} ..... q_{el}

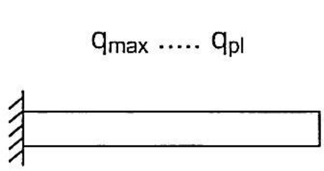
q_{max} ..... q_{pl}



Fließzonentheorie

q_{max} ..... q_{el}

q_{max} ..... q_{pl}



7. Zeichnen Sie <u>qualitativ</u> in Diagramm 5.1 die Last-Verformungskurven für die drei Theorien.

Anlage 5.2 (nicht maßstäblich):

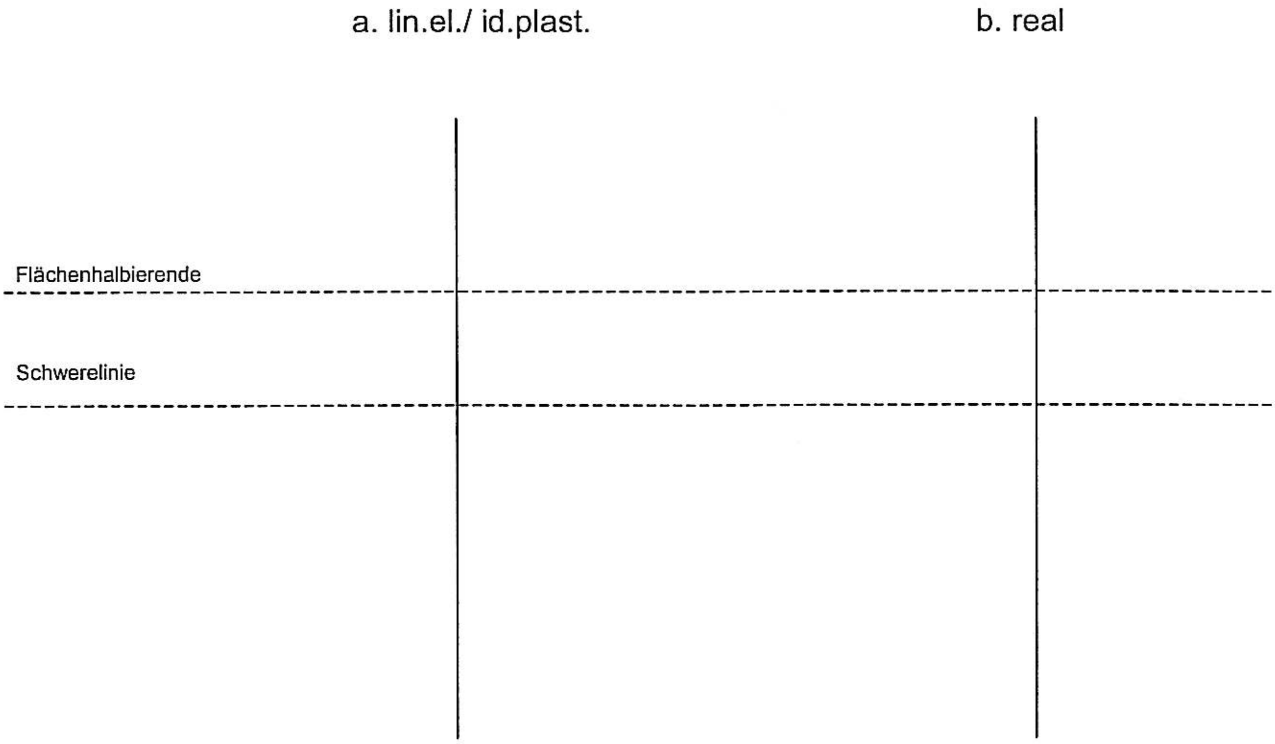


Diagramm 5.1:

Hinweise:
Interaktion ist nicht zu berücksichtigen.
γ_F und γ_M sind **nicht** in die Berechnungen mit einzubeziehen.

Brutto querschnittswerte

$A_1 = 10cm^2$; $A_2 = 5cm^2$, $A = 15cm^2$

$I = \frac{(10cm)^3 \cdot 0{,}5cm}{12} + 2\cdot\left(\frac{(0{,}5cm)^3 \cdot 10cm}{12} + 10cm \cdot 0{,}5cm (5{,}25cm)^2\right) = 317{,}5cm^4$

WEZ

$A_{1,WEZ} = 6{,}5cm \cdot 0{,}5cm = 3{,}25cm^2$

$A_{2,WEZ} = 1{,}5cm^2$

$z_{1,WEZ} = -5{,}25cm$

$z_{2,WEZ} = -3{,}5cm$

Ideelle Querschnittswerte $\kappa = \frac{\beta_{0,2WEZ}}{\beta_{0,2}} = 0{,}54$

$A_\kappa = 15cm^2 - (1-0{,}54)\cdot(3{,}25cm^2 + 1{,}5cm^2) = 12{,}83cm^2$

$I_\kappa = I - (1-\kappa)\cdot\Sigma A_{i,WEZ}\, z_{i,WEZ}^2 = 268{,}22cm^2$

$i_\kappa = 4{,}57cm$

$\lambda_\kappa = 54{,}7$

$\Delta z = \frac{A\cdot 0 - (1-\kappa)\cdot\Sigma A_{n_i}\cdot z_{n_i}}{A - (1-\kappa)\cdot\Sigma A_{n_i}} = \frac{-(1-0{,}54)(3{,}25cm^2\cdot(-5{,}25cm) + 1{,}5cm^2(-3{,}5cm))}{15cm^2 - (1-0{,}54)\cdot(3{,}25cm^2 + 1{,}5cm^2)} = 0{,}8cm$

Knicken

$N_v = \nu \cdot N = 1{,}5 \cdot 75kN = 112{,}5kN$

$M = N \cdot \Delta z = 59{,}54kN$

$a_M = 0{,}3 + 0{,}8\cdot\frac{M_1}{M_2} = 1{,}1$ $(M_1 = M_2 = M)$

$u = i_\kappa \cdot \left(\frac{\lambda_\kappa}{140}\right)^2 = 0{,}7cm$

$M_v = \nu\cdot(a_M \cdot M + u \cdot N) = 176{,}7kNcm$

$N_\kappa = \frac{\pi^2 E^* I_\kappa}{s_\kappa^2} = 275{,}3kN$

$\bar{N}_\kappa = \bar{\sigma}\cdot A_\kappa = 230\frac{N}{mm^2}\cdot 12{,}83cm^2 = 295{,}13kN$

$\bar{M}_\kappa = k\cdot\bar{\sigma}\frac{I_\kappa}{e_{d,\kappa}} = 1{,}1\cdot 230\frac{N}{mm^2}\cdot\frac{268{,}22cm^4}{6{,}3cm} = 1077{,}13kNcm$

$\frac{n+1}{2}\cdot\frac{N_v}{N_\kappa} = 1{,}22 > 1 \rightarrow \frac{N_v}{\bar{\mu}\cdot\bar{N}_\kappa} + \frac{M_v}{\left(1 - \frac{N_v}{N_\kappa}\right)\cdot\bar{\mu}\cdot\bar{M}_\kappa} = 0{,}48 + 0{,}35 = 0{,}83 < 1$

Beulen

$(\lambda_\kappa = 54{,}7 \leq \lambda_p = 113)$

Skg:

$\vartheta = \frac{b\cdot t}{h\cdot\delta} = \frac{5cm\cdot 0{,}5cm}{10{,}5cm\cdot 0{,}5cm} = 0{,}48$

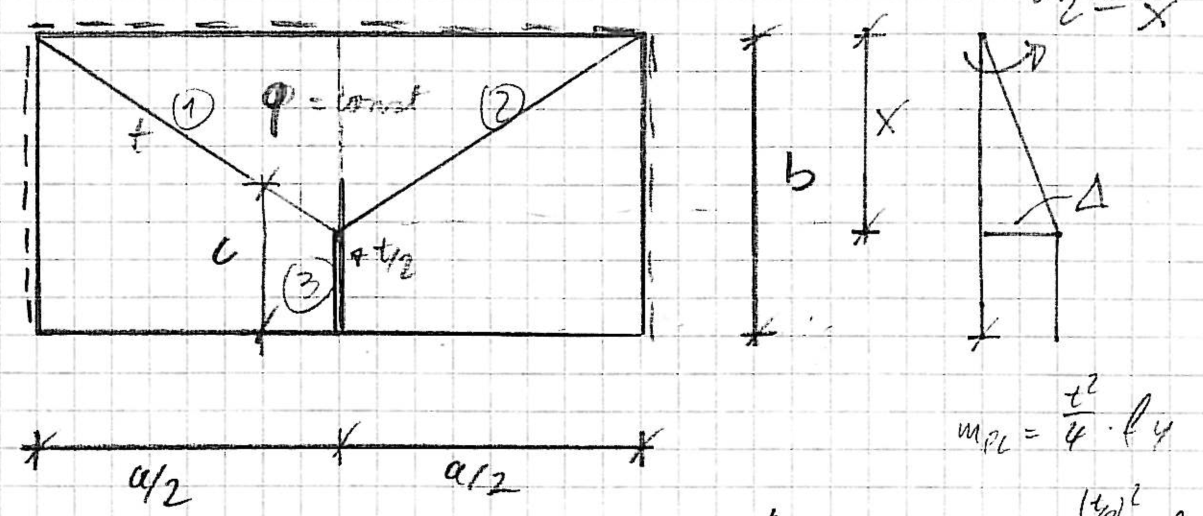
$\frac{h}{t} = \frac{10{,}5cm}{0{,}5cm} = 21 \leq (21 + 0{,}814\cdot 54{,}7)\cdot(0{,}8 - 0{,}2\cdot 0{,}48^2) = 49{,}4$

Flansch:

$\frac{h}{t} = \frac{5cm}{0{,}5cm} = 10 \leq (21 + 0{,}814\cdot 54{,}7)\cdot\left(0{,}2 + 0{,}4\cdot\sqrt{\frac{5cm}{10{,}5cm}}\right) = 13{,}11$

<u>Fall:</u> $\underline{x \geq b-c}$? $\Rightarrow \boxed{c \geq b-x}$

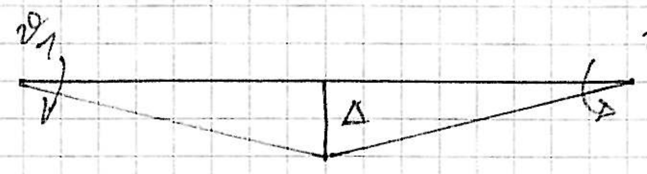
$\frac{\vartheta}{2} = \frac{\Delta}{x}$



$m_{pl} = \frac{t^2}{4}\cdot f_y$

$m_{pl,red} = \frac{(t/2)^2}{4}\cdot f_y$

$= m_{pl}\cdot\frac{1}{4}$



$\vartheta_1 = \frac{\Delta}{a}\cdot 2$

$$A_i = m_{pl}\cdot\Big[2\cdot\Big(\frac{a}{2}\cdot\frac{\Delta}{x} + x\cdot\frac{\Delta}{a}\cdot 2\Big) \quad \Big\}\ 1 + 2$$

$$+ \frac{1}{4}\cdot(b-x)\cdot\frac{\Delta}{a}\cdot 2\cdot 2\Big] \quad \Big\}\ 3$$

$$= m_{pl}\cdot\Delta\cdot\Big[\frac{a}{x} + 4\cdot\frac{x}{a} + \frac{b}{a} - \frac{x}{a}\Big]$$

$$= m_{pl}\cdot\Delta\cdot\Big[\frac{a}{x} + \frac{b}{a} + 3\frac{x}{a}\Big]$$

$\frac{a}{2} = b \Rightarrow a = 2b$

$\Rightarrow A_i = m_{pl}\cdot\Delta\cdot\Big[\frac{2b}{x} + \frac{1}{2} + 3\cdot\frac{x}{2b}$

$$A_a = \varphi\cdot\Big[\frac{1}{2}\cdot a\cdot\Delta\cdot(b-x) + 2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot x\cdot\Delta$$

$$+ \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot a\cdot x\cdot\Delta\Big]$$

$$= \varphi\cdot\Delta\cdot\Big[\frac{1}{2}a\cdot b - \frac{1}{2}a\cdot x + \frac{1}{6}a\cdot x + \frac{1}{6}a\cdot x\Big]$$

$$= \varphi\cdot\Delta\cdot\Big[\frac{1}{2}a\cdot b - \frac{1}{6}a\cdot x\Big]$$

$a = 2b$

$\Rightarrow A_a = \varphi\cdot\Delta\cdot\Big[\frac{1}{2}\cdot 2b\cdot b - \frac{1}{6}\cdot 2b\cdot x\Big]$

$= \varphi\cdot\Delta\cdot\Big[b^2 - \frac{1}{3}b\cdot x\Big]$

? = ?

$$A_i = A_a \Rightarrow \varphi = m_{pl}\cdot\frac{\Big(\frac{a}{x} + \frac{b}{a} + 3\cdot\frac{x}{a}\Big)}{\frac{1}{2}a\cdot b - \frac{1}{6}a\cdot x} \quad \Big\} = N$$

1

mit: a =

$$Z' = -a \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{3}{a}$$

$$N' = -\frac{1}{6} \cdot a$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\left(-a \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{3}{a}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} a \cdot b - \frac{1}{6} a \cdot x\right) - \left(\frac{a}{x} + \frac{b}{a} + 3 \cdot \frac{x}{a}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6} a\right)}{N^2}$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2} \frac{a^2 \cdot b}{x^2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{a^2}{x} + \frac{3}{2} b - \cancel{\frac{1}{2} x} + \frac{1}{6} \frac{a^2}{x} + \frac{1}{6} b + \cancel{\frac{1}{2} x} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2} \frac{a^2 \cdot b}{x^2} + \frac{1}{3} \frac{a^2}{x} + \frac{10}{6} \cdot b = 0 \qquad / \cdot x^2 \qquad (x \neq 0)$$

$$\frac{5}{3} \cdot b \cdot x^2 + \frac{1}{3} a^2 \cdot x - \frac{1}{2} a^2 \cdot b = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-\frac{1}{3} a^2 \pm \sqrt{\frac{1}{9} \cdot a^4 + 4 \cdot \left(\frac{5}{3} \cdot b\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 b}}{\frac{10}{3} \cdot b}$$

$$= \frac{-\frac{1}{3} \cdot a^2 \, (\pm) \, \sqrt{\frac{1}{9} \cdot a^4 + \frac{10}{3} b^2 \cdot a^2}}{\frac{10}{3} \cdot b}$$

<u>**Ann.:**</u> $a = 2 \cdot b$ ②

$$\Rightarrow \quad x = \frac{-\frac{4}{3} b^2 + \sqrt{\frac{16}{9} \cdot b^4 + \frac{40}{3} \cdot b^4}}{\frac{10}{3} \cdot b}$$

$$= \frac{-\frac{4}{3} \cdot b^2 + \sqrt{\frac{136}{9} b^4}}{\frac{10}{3} \cdot b}$$

$$= \underline{\underline{0{,}766 \cdot b}} \quad ③$$

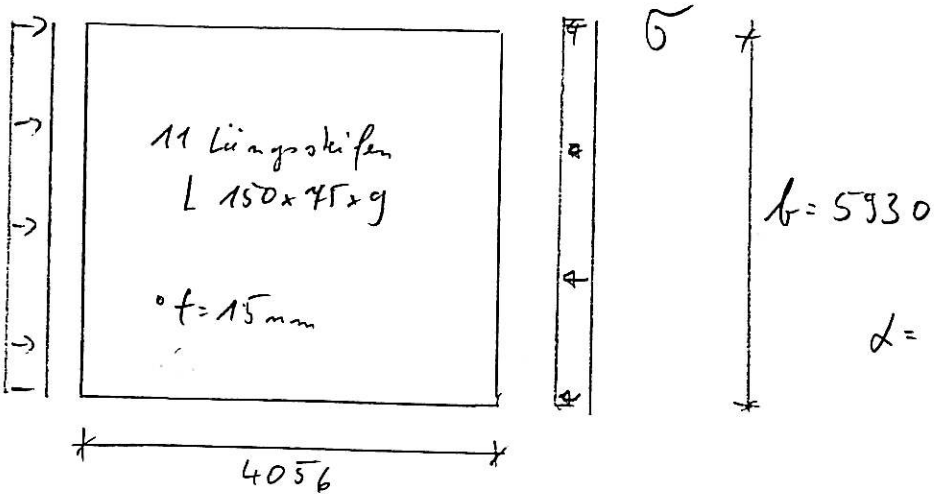
② + ③ in ①:

$$\boxed{q = m_{Pl} \cdot 5{,}721 \cdot \frac{1}{b^2}}$$

Beulen Untergurt x = 73,0 m

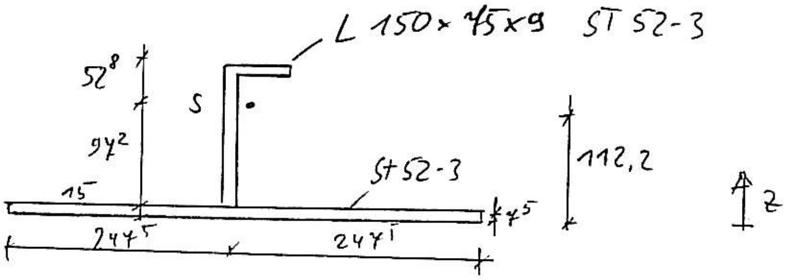
Gesamtfeldbeulen

Beulnachweise nach DIN 18800 T3 11.91



$$\alpha = \frac{4056}{5930} = 0{,}684$$

Querschnitt:



$$b'_{ik} = 0{,}605 \cdot t \cdot \lambda_a \cdot \left(1 - 0{,}133 \cdot \frac{t \cdot \lambda_a}{b_{ik}}\right) \qquad \lambda_a = 75{,}9$$

$$= 0{,}605 \cdot 15 \cdot 75{,}9 \left(1 - 0{,}133 \cdot \frac{15 \cdot 75{,}9}{247}\right) = 266 \quad \stackrel{!}{<} 247$$

$$< \frac{4056}{3} = 1352$$

$$b_{ik} = 244{,}5$$

i	A_i	z_i	$A_i z_i$
1	74,1	0,75	55,6
2	19,5	11,22	219
	93,6		275

$$z = \frac{275}{93{,}6} = 2{,}93$$

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot 1{,}5^3 \cdot 49{,}5 + 455 + 74{,}1 \cdot (2{,}93 - 0{,}75)^2 + 19{,}5(11{,}2 - 2{,}93)^2$$

$$I_y = 2155 \, cm^4$$

$$\delta = \frac{A^L}{b \cdot t} = \frac{11 \cdot 19{,}5}{593 \cdot 1{,}5} = 0{,}241$$

$$\gamma = 10{,}92 \cdot \frac{I}{b\,t^3} = 10{,}92 \cdot \frac{2155 \cdot 11}{593 \cdot 1{,}5^3} = 129$$

$$\sigma_e = 189\,800 \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 189\,800 \left(\frac{15}{5930}\right)^2 = 1{,}21 \, N/mm^2$$

Beulwert nach Beultafel Klöppel, Scheer Bd. 2
verschmierte Steifigkeit (S. 138/139) (s. V1-21/V1-22)

für $\delta = 0{,}2$: $k_\sigma = 240$

$\delta = 0{,}4$: $k_\sigma = 185$

$\delta = 0{,}24$: $k_\sigma = 240 - \left((240 - 185) \cdot \frac{0{,}4}{2{,}0}\right) = 229$

$$\sigma_{Pi} = \sigma_e \cdot k_\sigma = 1{,}21 \cdot 229 = 277 \, N/mm^2$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{Pi}}} = \sqrt{\frac{360}{277}} = 1{,}14$$

$$\rho = 1{,}0 \cdot \left(\frac{1}{1{,}14} - \frac{0{,}22}{1{,}14^2}\right) = 0{,}708$$

Knickstab?

$$\Lambda = \bar{\lambda}_p^2 + 0{,}5 = 1{,}14^2 + 0{,}5 = 1{,}8 \quad \Rightarrow \quad \Lambda = 2{,}0$$

$$\frac{\sigma_{Pi}}{\sigma_{Ki}} = k_\sigma \, \alpha^2 \, \frac{1 + \Sigma \delta^L}{1 + \Sigma \gamma^L} = 229 \cdot 0{,}694^2 \cdot \frac{1 + 0{,}241}{1 + 129} = 1{,}023 \quad > 1$$

③

$$\rho = \frac{1 - \sigma_{pi}/\sigma_{ki}}{1 - 1} = \frac{2 - 1{,}023}{2 - 1} = 0{,}977$$

$$\chi_K \;(\lambda_p = 1{,}14,\; KSL\; b) = 0{,}51$$

$$\chi_{pk} = (1 - \rho^2)\,\chi + \rho^2 \cdot \chi_K$$

$$\chi_{pk} = (1 - 0{,}977^2) \cdot 0{,}708 + 0{,}977^2 \cdot 0{,}51$$

$$\chi_{pk} = 0{,}52$$

$$\sigma_{Pk,R,d} = \chi_{pk} \cdot \frac{f_y}{\gamma_M} = 0{,}52 \cdot \frac{360}{1{,}1} = 170\; N/mm^2$$

Nachweis $$\frac{\sigma}{\sigma_{Pk,R,d}} = \frac{150}{170} = 0{,}882 < 1 \;\checkmark$$

Musterlösung Dünnwandige Tragwerke und plast. Bemessung

1. Kragarm $M_{max} = ql^2/2 \iff q = \frac{2M}{l^2} = \frac{M}{20\,000}$

$M_{el} = \frac{I_y \cdot \beta_{0,2}}{z_{max}} = \left(114{,}05/3\right) \cdot 180 = 6843\ \text{Nmm} \Rightarrow q_{el} = 0{,}34\ \text{N/mm}$

$M_{pl} = \left(S_{y,u} + S_{y,o}\right) \cdot \beta_{0,2} = 61{,}15 \cdot 180 = 11007\ \text{Nmm} \Rightarrow q_{pl} = 0{,}55\ \text{N/mm}$

$(\alpha_{pl} = 1{,}61)$

zu 3. Da die Dicke t nicht bekannt ist und ein Ausfallfläche entsteht ($\beta_{0,2}$ überschritten) keine Ordinatenangabe möglich.

4. Durchbiegung aus q_{el}: $w_{el} = \frac{ql^4}{8EI} = 8\ \text{mm}$ (nach unten)

erf. Durchbiegung nach oben: w_{pl} aus P_{pl} + w_{el}

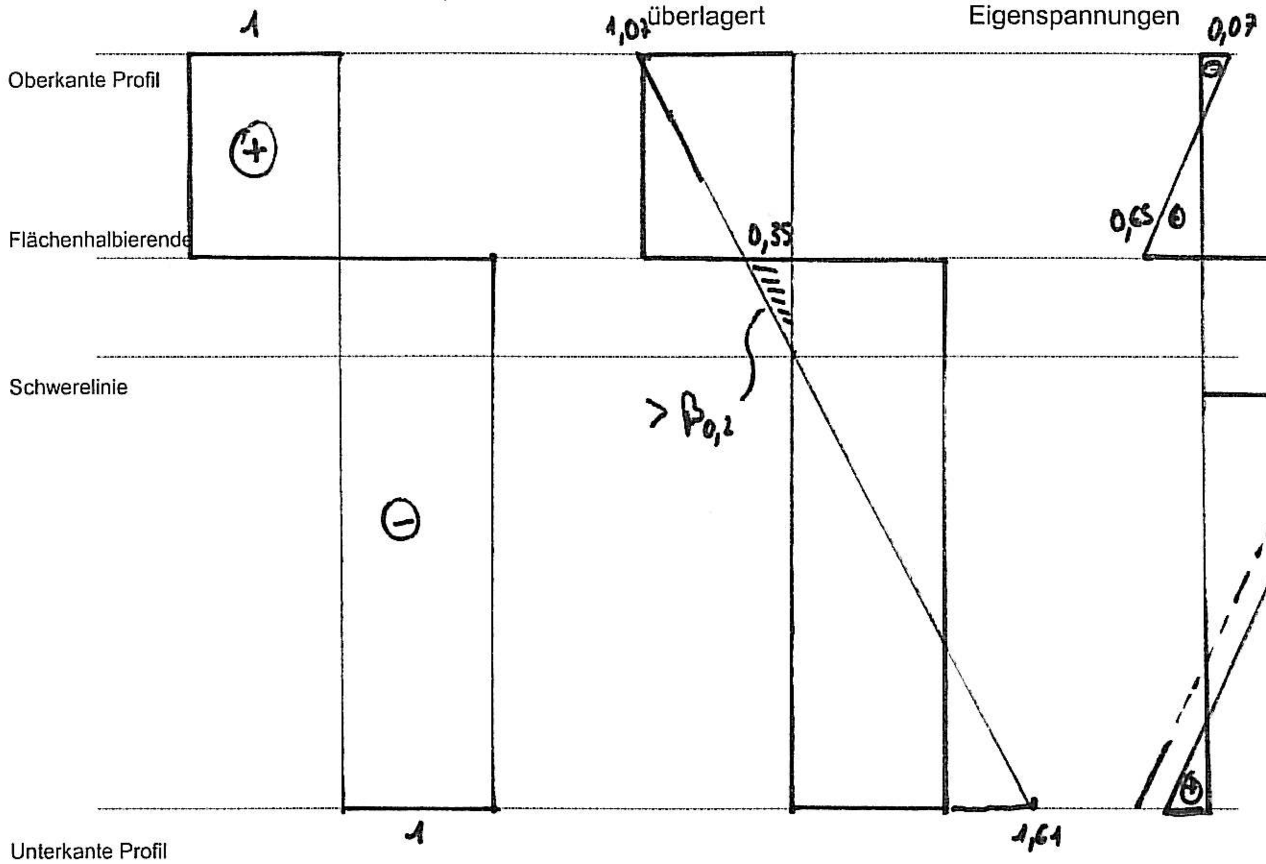
$P_{pl} = M_{pl}/l = 55{,}04\ \text{N}$

$w_{pl} = Pl^3/3EI = 18\ \text{mm}$

$\Rightarrow w_R = 18 + 8 = 26\ \text{mm}$

$P_R = P_{pl} = 55\ \text{N}$

Anlage 5.1 (Maßstab 20:1): · $\beta_{0,2}$



Das gleiche System ohne Eigenspannungen soll unter einer Last P_R um den Betrag w_R am Kragarmende hochgebogen werden, so dass unter alleiniger Wirkung von q_{el} keine Durchbiegung am Kragarmende auftritt (w=0).

4. Wie groß sind P_R und w_R?

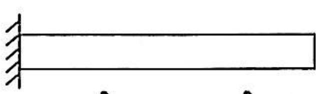
In dieser Berechnung wurden vereinfachende Annahmen getroffen, deren Einfluss untersucht werden soll.

5. Zeichnen Sie qualitativ in Anlage 5.2 die Spannungsverteilung über die Querschnittshöhe an der Einspannung für ein Moment M, mit M_{el} < M < M_{pl} für die angenommene und die wirkliche Spannungs-Dehnungsbeziehung von Al.
6. q_{max} sei die vom System maximal aufnehmbare Last. Füllen Sie folgende Leerstellen mit „<“, „=“ oder „>“ aus, und zeichnen Sie die Lage der Plastizierungen im System.

Elastizitätstheorie

q_{max} ..=.. q_{el}

q_{max} ..<.. q_{pl}

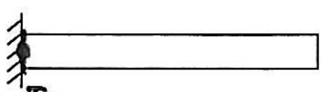


keine Plast.

Fließgelenktheorie

q_{max} ..>.. q_{el}

q_{max} ..=.. q_{pl}

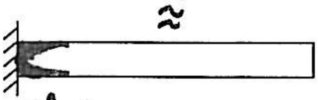


FG

Fließzonentheorie

q_{max} ..>.. q_{el}

q_{max} .. < oder ≈ .. q_{pl}



Fließzone

7. Zeichnen Sie qualitativ in Diagramm 5.1 die Last-Verformungskurven für die drei Theorien.

Anlage 5.2 (nicht maßstäblich):

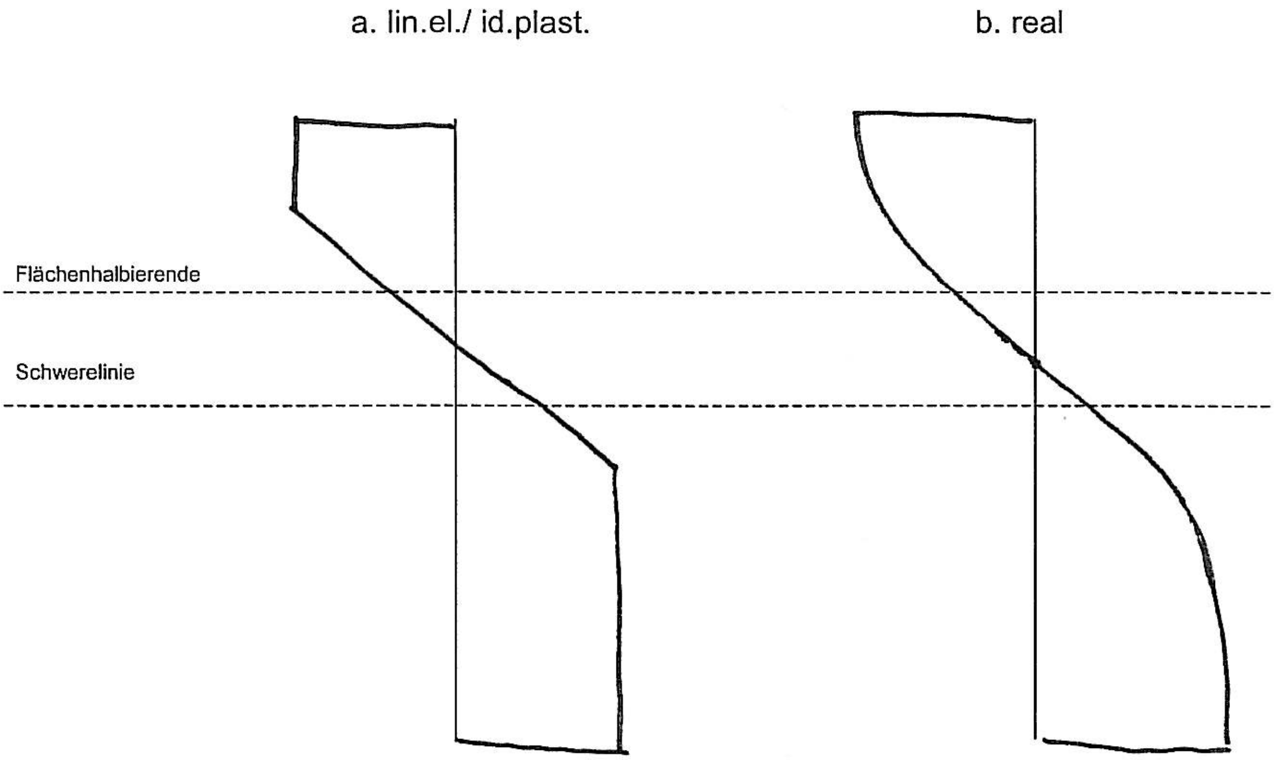
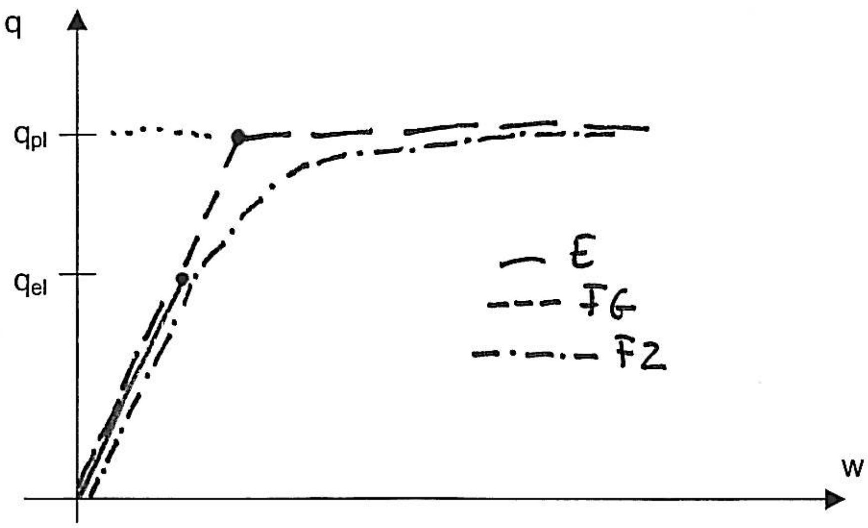


Diagramm 5.1:



Hinweise:
Interaktion ist nicht zu berücksichtigen.
γ_F und γ_M sind **nicht** in die Berechnungen mit einzubeziehen.