Lehrstuhl für Stahl- und Leichtmetallbau
Universität Fridericiana Karlsruhe
Univ.-Professor Dr.-Ing. Helmut Saal

76131 Karlsru
Kaiserstraße

DIPLOM-HAUPTPRÜFUNG

Dünnwandige Tragwerke und plastische Bemessung

16. Februar 2004

MUSTERLÖSUNG

Name: ....

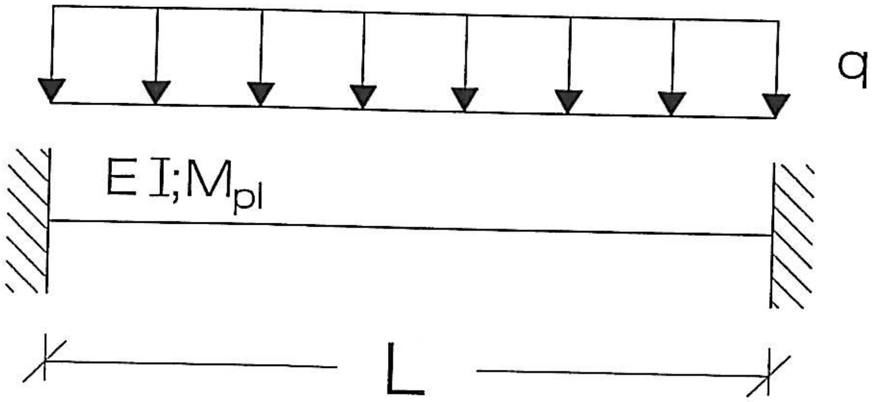
Aufgabe:	1	2	3	4	5
Erreichte Punktzahl:					

abgegeb. Blätter:	

Aufgabe 1

10 min

Gegeben ist der unten dargestellte beidseitig eingespannte Stahlträger, der durch eine konstante Streckenlast q belastet wird.

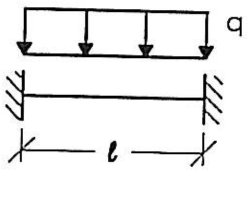


Aufgaben:

a. Der Träger wird bis zum Erreichen seiner Traglast belastet und anschließend wieder entlastet. Geben Sie in Abhängigkeit von M_{pl}, L und EI die bleibende plastische Durchbiegung des Trägers in Feldmitte an.

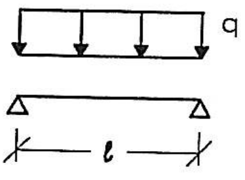
b. Nach der unter a. beschriebenen Be- und Entlastung wird der Träger erneut bis zum Erreichen seiner Traglast belastet und anschließend wieder entlastet. Geben Sie nun die gesamte plastische Durchbiegung an, die der Träger in Feldmitte aufweist (gemeint ist die gesamte plastische Durchbiegung, die im Träger nach den beiden in a. und b. beschriebenen Lastzyklen verbleibt).

Hinweise:



$$M_{Stütz} = \frac{1}{12} q \cdot l^2$$

$$\text{maximale Durchbiegung}: f_{max} = \frac{1}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{EI}$$



$$\text{maximale Durchbiegung}: f_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{EI}$$

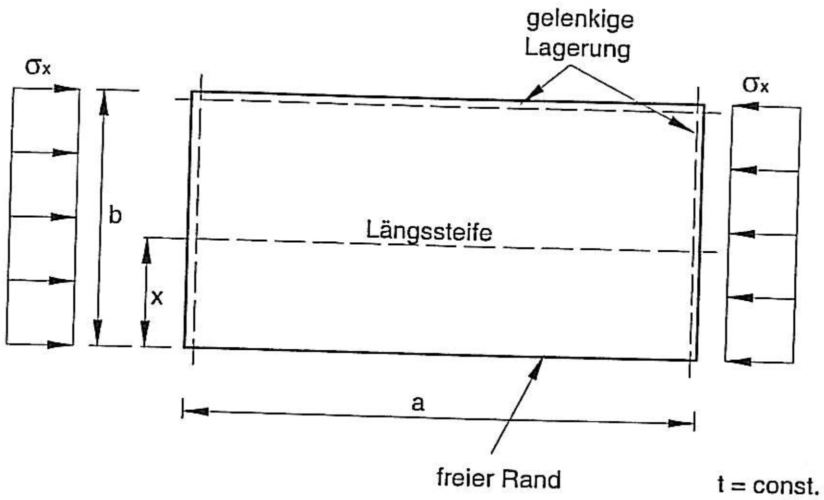
Aufgabe 2

20 min

Lösen Sie folgende Plattenaufgaben:

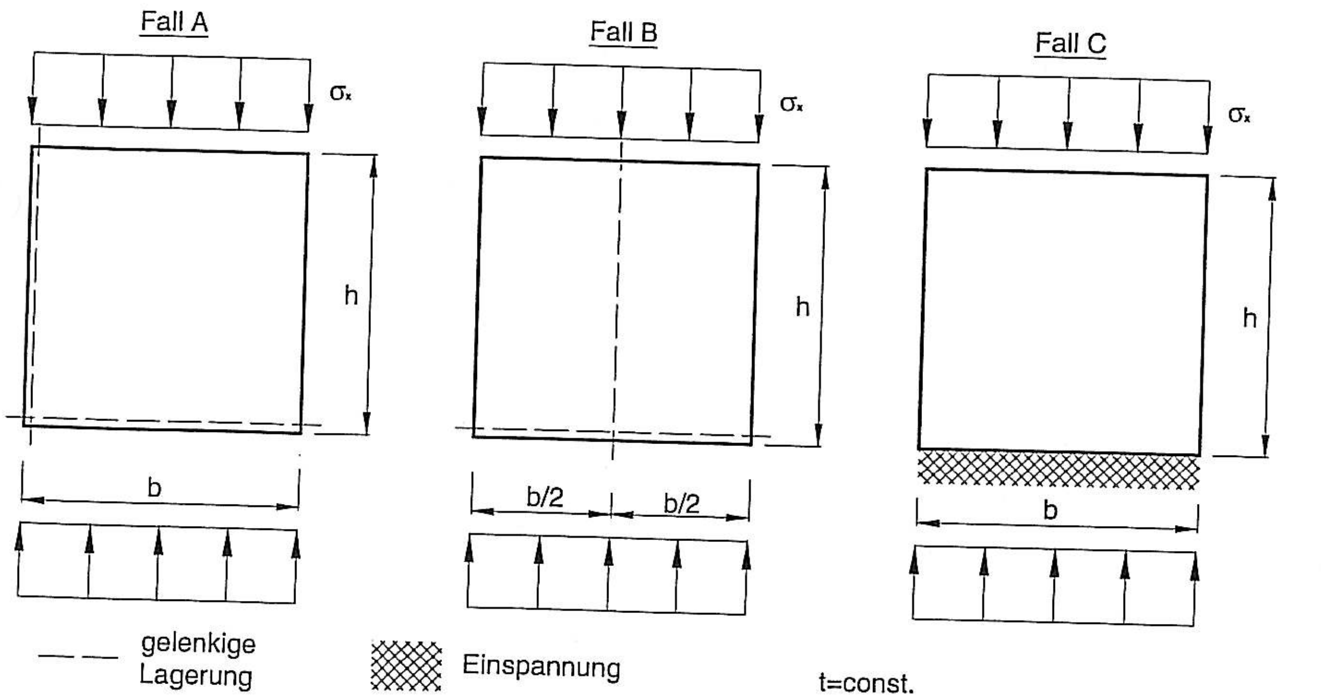
a) Bestimmen Sie mit den Annahmen für die Ermittlung der Mindeststeifigkeit III. Art die Lage der Längssteife so, dass die ideale Beullast $\sigma_x \cdot b \cdot t$ ein Maximum erreicht.

Hinweise: Seitenverhältnis $\alpha = a/b = \infty$
Querschnittsfläche der Längssteife gleich Null
Längssteife besitzt Mindeststeifigkeit



b) Berechnen Sie für die <u>drei</u> unten dargestellten einachsig gedrückten Rechteckplatten die Spannung σ_x bei der niedrigsten Verzweigungslast.

Hinweis: Verwenden Sie möglichst einfache Ansätze für die Eigenform.



Aufgabe 3

35 min

Bestimmen Sie für den dargestellten Kragarm für den Lastfall H, wenn die Belastung nur vorübergehend wirksam ist,

1) das zulässige Biegemoment M_{zul} im Schnitt a-a

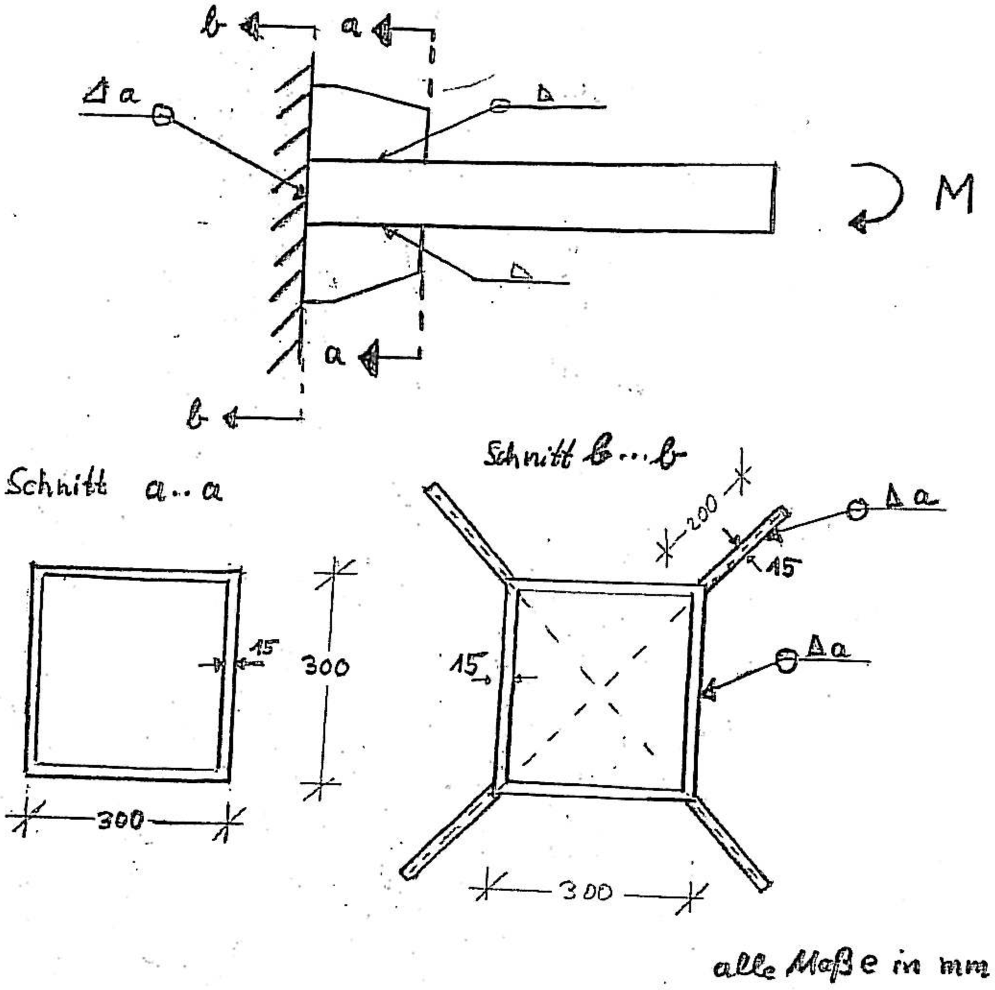
2) die für die Übertragung des Momentes M_{zul} erforderliche Dicke a_{erf} der mit konstanter Dicke umlaufenden Schweißnaht im Anschlussquerschnitt b-b.

Welcher Wert ergibt sich für das zulässige Biegemoment M_{zul}, wenn anstelle des Nachweises nach Gleichung (5) von DIN 4113-2 der Nachweis mit einer plastischen Spannungsverteilung und dem bei der Berechnung nach Gleichung (5) verwendeten Sicherheitsbeiwert geführt wird?

Wie groß wird das zulässige Moment M_{zul} und die erforderliche Schweißnahtdicke a_{erf}, wenn die Hauptlast ständig wirkt?

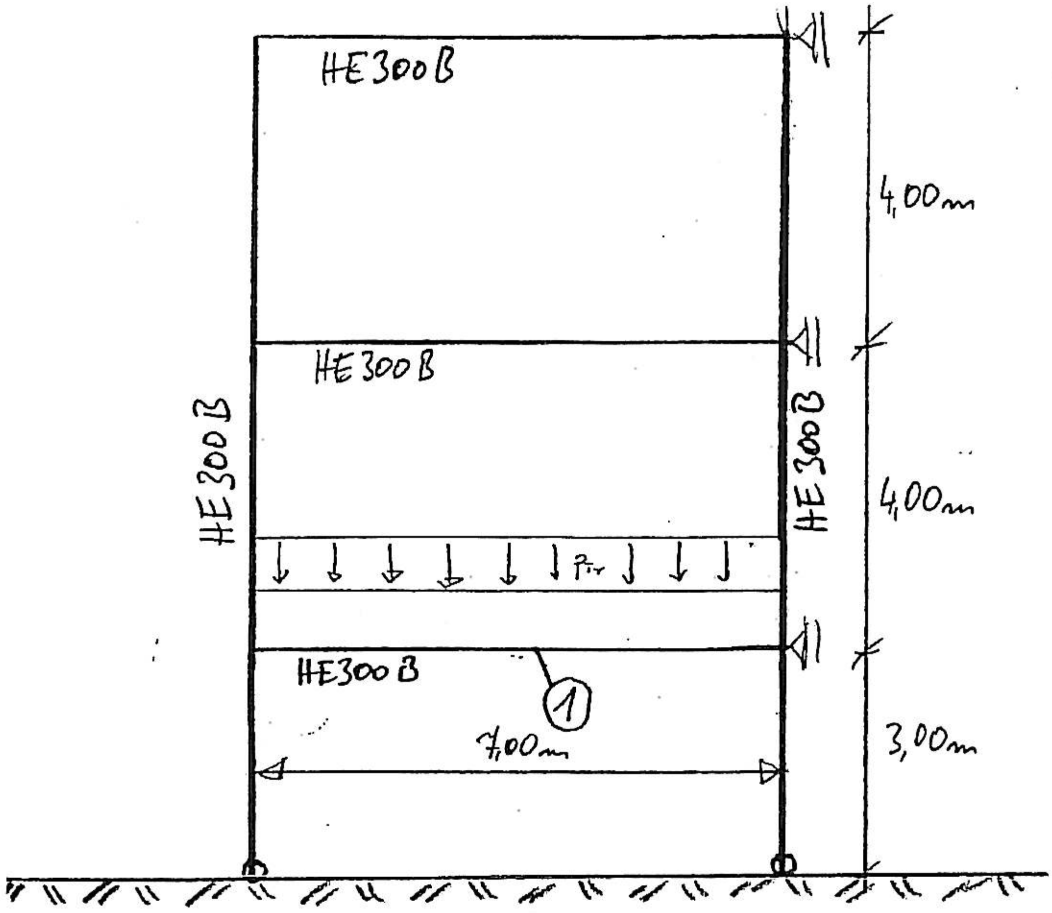
Werkstoff: EN AW-6082-T5
Schweißzusatzwerkstoff: SG AlSi5

Hinweis: Für die Bemessung der Schweißnähte gilt: $zul\sigma_\perp = zul\,\tau_\perp = 42$ N/mm².
Der Beulsicherheitsnachweis ist bereits erbracht.



Aufgabe 4 — 35 min

Der in der Abbildung dargestellte dreistöckige Geschoßrahmen wird aus Walzprofilen HE300B, S235JRG2, geschweißt. Die Rahmenknoten werden steifenlos ausgeführt.



Bestimmen Sie die charakteristische Traglast $p_{Tr,k}$ für den unteren Geschoßriegel (1). Die Nachgiebigkeit der Knoten ist zu berücksichtigen.

Hinweise:

Teilsicherheitsbeiwerte: $\gamma_M = 1,1 = \gamma_{M0} = \gamma_{M1}$; $\gamma_F = 1,5$

Querschnittswerte HE300B in mm:

h	d	t_f	b_f	t_w	r
300	208	19	300	11	27

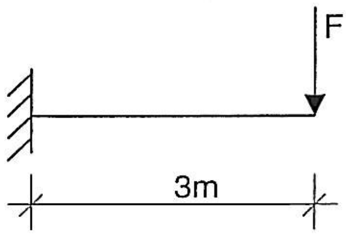
$I_y = 25170\ cm^4$
$f_{y,k} = 235\ N/mm^2$
$M_{pl,y,d} = 418\ kNm$

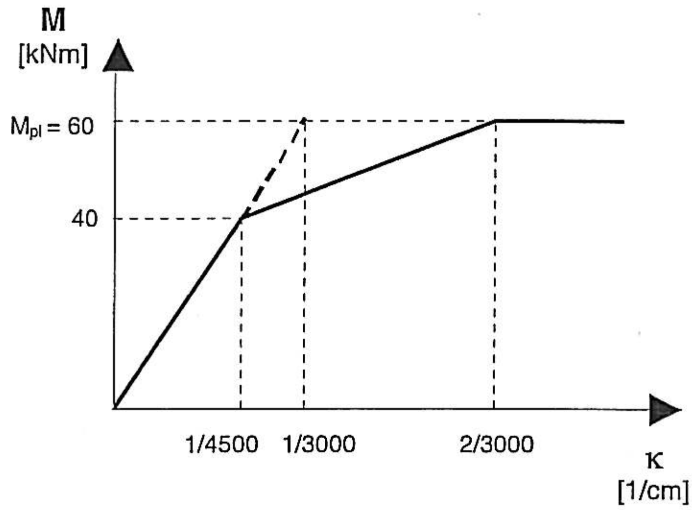
Schweißnähte: $a = 0,5t_{\cancel{f}}$ (des anschließenden Knotens)
$k_{wc} = 1,0$

Aufgabe 5 **20 min**

Für den dargestellten eigenspannungsfreien Kragträger mit einer Einzellast am freien Ende gilt die durch einen Geradenzug angegebene Momenten-Krümmungsbeziehung als Näherung für diese Berechnung. Für den Stahl des Trägers gilt eine linearelastische-idealplastische Spannungs- Dehnungsbeziehung.

System und Momenten-Krümmungsbeziehung des Werkstoffs:





5.1 Wie groß ist die plastische Grenzlast F_{pl} des Kragträgers, bei der das plastische Grenzmoment M_{pl} = 60 kNm erreicht wird?

5.2 Wie groß ist die bleibende Durchbiegung w_{bl}, wenn der Kragträger bis zum vollplastischen Grenzmoment M_{pl} = 60 kNm belastet und danach vollständig entlastet wird?

5.3 Geben Sie die Eigenspannungsverteilung an, die sich nach der Entlastung an der Einspannung einstellt, wenn der Träger einen Rechteckquerschnitt hat.

5.4 Wie ändert sich

a. die plastische Grenzlast F_{pl}
b. die bleibende Durchbiegung w_{bl}
c. die Eigenspannungsverteilung über den Querschnitt nach der Entlastung,

wenn der Querschnitt vor der Belastung mit zur Stabachse symmetrischen, über die Stablänge konstanten Eigenspannungen behaftet war? (qualitativ -ohne Berechnung).

Lösung, Aufgabe 1

a.)

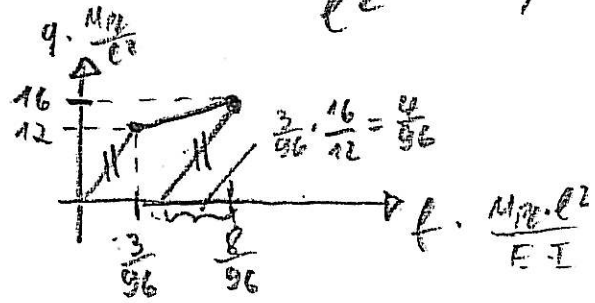
$$q_1 \cdot \frac{l^2}{12} \overset{!}{=} M_{Pl} \quad \Rightarrow \quad q_1 = \frac{12 \cdot M_{Pl}}{l^2}$$

$$f_1 = \frac{1}{384} \cdot \frac{12 \cdot M_{Pl} \cdot l^2}{E I} = \frac{1}{32} \cdot \frac{M_{Pl} \cdot l^2}{E I}$$

$$M_{Feld} + M_{Stütz} = M_{PL} + M_{PL} = \frac{q \cdot l^2}{8}$$

$$\Rightarrow q_T = \frac{16 \cdot M_{PL}}{l^2}$$

$$\Rightarrow q_2 = \frac{4 \cdot M_{Pl}}{l^2} \quad ; \quad f_2 = \frac{5}{384} \cdot \frac{4 \cdot M_{Pl} \cdot l^2}{E \cdot I} = \frac{5}{96} \cdot \frac{M_{Pl} \cdot l^2}{E \cdot I}$$



<u>Plast. Verformung nach Entlastung:</u>

$$f_{Pl,a} = \frac{M_{Pl} \cdot l^2}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{8}{96} - \frac{3}{96} \cdot \frac{16}{12} \right) = \underline{\underline{\frac{1}{24} \frac{M_{Pl} \cdot l^2}{E \cdot I}}}$$

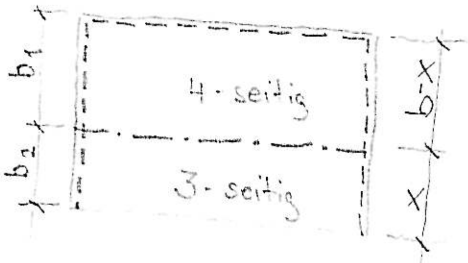
b.)

$$f_{Pl,b} = f_{Pl,a}$$

$\Rightarrow$ Es kommt keine plast. Verformung dazu

Musterlösung F 04 Aufgabe 2 (DTPB)

-)



$$\sigma_{p,4} = k_\sigma \cdot \sigma_e = 4 \cdot \sigma_e$$

$$\sigma_{p,3} = \left[\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 0{,}425\right] \cdot \sigma_e = 0{,}425\,\sigma_e \qquad \frac{b}{a} \to 0$$

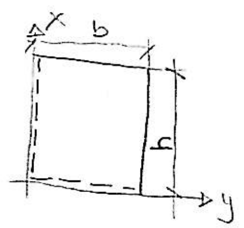
Maximum, wenn $b_1 \cdot t \cdot \sigma_{p,4} = \sigma_{p,3} \cdot b_2 \cdot t$

$$\Rightarrow \quad 4 \cdot (b-x) \cdot \cancel{t} \cdot \cancel{\sigma_e} = 0{,}425\, x \cdot \cancel{t} \cdot \cancel{\sigma_e}$$

$$\Rightarrow \quad 4b = 4{,}425\, x$$

$$\Rightarrow \quad x = 0{,}903 \cdot b$$

Fall A



$$w = x \cdot y$$

$$\dot{w} = x \qquad w' = y \qquad \dot{w}' = 1 \qquad w'' = \ddot{w} = 0$$

$$dA = dx \cdot dy \qquad n_x = -t \cdot \sigma_x$$

$$\Pi = \frac{D}{2} \cdot \iint 2(1-\mu) \cdot \dot{w}'^2\, dA + \frac{1}{2} \cdot \iint n_x \cdot w'^2\, dA \stackrel{!}{=} 0$$

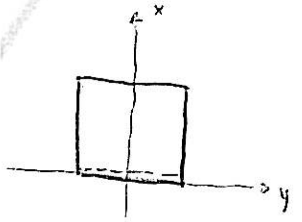
$$\Pi = \frac{D}{2} \cdot \iint 2 \cdot (1-\mu)\, dx\, dy + \frac{1}{2} \cdot \iint n_x \cdot y^2\, dx\, dy = \left[\left[D \cdot (1-\mu)\, x \cdot y - \frac{1}{6} t\, \sigma_x\, y^3 x\right]_0^b\right]_0^h \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad D \cdot (1-\mu) \cdot b \cdot h - \frac{1}{6} t \cdot \sigma_x\, b^3 h = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_x = 6 \cdot \frac{D \cdot (1-\mu)}{t \cdot b^2}$$

mit $D = \dfrac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1-\mu^2)}$ $\quad \to \quad \sigma_p = \sigma_x = 6 \cdot \underbrace{\frac{E \cdot \pi^2}{12 \cdot (1-\mu^2)} \cdot \frac{t^2}{b^2}}_{\sigma_e} \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot (1-\mu)$

$$\Rightarrow \quad \sigma_p = \sigma_x = \underbrace{\frac{6}{\pi^2} \cdot (1-\mu)}_{k_\sigma} \cdot \sigma_e$$

Fall B



gleicher Ansatz wie Fall A, andere Integrationskonst.

$$\Pi = \left[\left[D\cdot(1-\mu)x\cdot y - \frac{1}{6}t\cdot\sigma_x\cdot y^3 x\right]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\right]_0^h \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Pi = \left[D\,(1-\mu)\,h\,y - \frac{1}{6}t\,\sigma_x\cdot y^3\cdot h\right]_{-b/2}^{b/2} = D\,(1-\mu)\cdot h\cdot b - \frac{1}{6}\cdot t\cdot\sigma_x\cdot\left(\left(\frac{b}{2}\right)^3-\left(-\frac{b}{2}\right)^3\right)\cdot h \stackrel{!}{=} 0$$

$$D\cdot(1-\mu)\cdot h\cdot b = \frac{1}{6}\cdot\frac{2}{8}\cdot t\cdot\sigma_x\cdot b^3\cdot h$$

mit $D = \dfrac{E\cdot t^3}{12\cdot(1-\mu^2)}$:

$$\sigma_p = \sigma_x = \underbrace{\frac{E\cdot t^2}{12\cdot(1-\mu^2)\cdot b^2}\cdot\frac{\pi^2}{\pi^2}}_{\sigma_e}\cdot(1-\mu)\cdot 24 = \underbrace{\frac{24}{\pi^2}\cdot(1-\mu)}_{k_\sigma}\cdot\sigma_e$$

Fall C

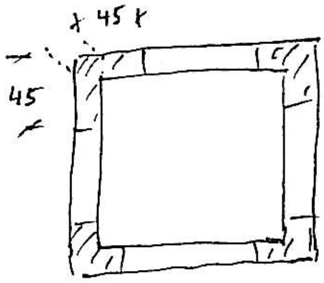
Hier handelt es sich um einen Knickstab

$$\sigma_{ki} = \frac{\pi^2\cdot E\cdot t^3}{12\cdot(1-\mu^2)\cdot t\cdot s_k^2} = \left(\frac{\pi\cdot t}{2\cdot h}\right)^2\cdot\frac{1}{12\cdot(1-\mu^2)}\cdot E$$

e 3

Schnitt a…a ist wärmebeeinflusst.

WEZ:



$$K = \frac{\beta_{02WEZ}}{\beta_{0,2}} = \frac{125}{230} = 0{,}543$$

$$I_0 = \frac{30 \cdot 30^3}{12} - \frac{27 \cdot 27^3}{12} = 23213\ cm^4$$

$$I_K = I_0 - (1-K) \cdot \Sigma A_{i,WEZ} \cdot z_{i,WEZ}^2$$

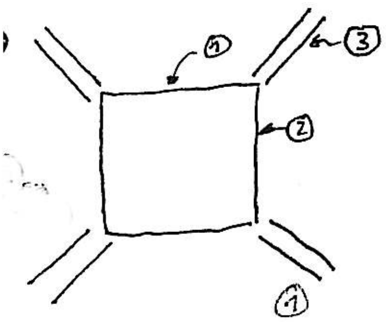
$$\frac{1}{4} A_{i,WEZ} \cdot z_{i,WEZ}^2 = 1{,}5 \cdot 4{,}5 \cdot 14{,}25^2 + 1{,}5 \cdot 3 \cdot 12^2 \approx 1371 + 648 = 2019\ cm^4$$

$$\Rightarrow I_K = 23213\ cm^4 - 0{,}457 \cdot 4 \cdot 2019\ cm^4 = 19523\ cm^4$$

$$W_K = \frac{I_K}{z} = \frac{19523\ cm^4}{15\ cm} \approx 1302\ cm^3$$

$$M_{zul} = W_K \cdot \sigma_{zul} = 1302 \cdot cm^3 \cdot 11{,}5 \frac{kN}{cm^2} = 149{,}7\ kNm$$

Vergleich ohne WEZ: $M_{zul} = \frac{I_0}{z} \cdot \sigma_{zul} \approx 178\ kNm$



I_W ① (nur Steiner-Anteil) $\approx 2 \cdot 30 \cdot a \cdot 15^2 = 13500\, a$

$$I_{W2} \approx 2 \cdot \frac{a \cdot 30^3}{12} = 2250 \cdot 2 = 4500\, a$$

$$I_{W3} \approx 4\left[2a \cdot 20 \cdot \left(15 + \frac{20}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(2a \cdot \frac{20^3}{12}\right)\right] = 4(19485 + 667)$$

$$= 80609 \cdot a$$

$$I_{W,ges} = 98609 \cdot a\ cm^3$$

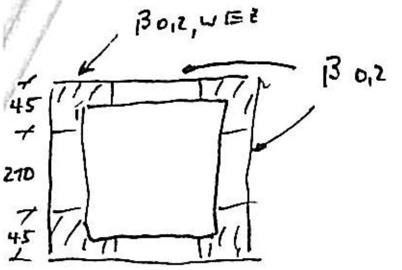
$$W_W = \frac{I_{W,ges}}{z_{max}} = \frac{98609 \cdot a}{\left(\frac{20}{2 \cdot \sqrt{2}} + 15\right)} = 3384 \cdot a \cdot cm^2$$

$$a_{erf} = \frac{M_{zul}}{\sigma_{zul} \cdot 3384\ cm^2} = \frac{149{,}7\ kNm}{4{,}2 \frac{kN}{cm^2} \cdot 3384\ cm^2} = 10{,}5\ mm$$

$a_{gew} = 11\ mm$

2 3

...tzaufgaben:



$$W_{pl,GW} = 2\left[1.5\cdot 21\cdot 14{,}25 + 2\cdot \frac{21}{2}\cdot 1.5\cdot \frac{21}{4}\right] = [449 + 165]\cdot 2$$
$$= 1228\ cm^3$$

$$W_{pl,WEZ} = 4\left[1.5\cdot 4.5\cdot 14{,}25 + 1.5\cdot 3\cdot 12\right] = [96 + 54]\cdot 4 =$$
$$= 601\ cm^3$$

$$\Rightarrow zul\ M^* = 11.5\ \frac{kN}{cm^2}\left[\cdot 1228\ cm^3 + 601\ cm^3\cdot \frac{125}{230}\right] = 178{,}7\ kNm$$

Bei ständiger Last $\rightarrow$ Kriechen

$$zul\ M_S = 1 - 0{,}40\ (1-0{,}5)\cdot M_{zul}$$
$$= 0{,}80\cdot 149{,}7\ kNm = 119{,}8\ kNm$$

GK 1: $A_{vc} = t_{wc} \cdot (h_c - t_f) = 30{,}9\ cm^2$

$\beta = 1{,}0$; $z = h_c \cdot t_f = 28{,}1\ cm$; $s = r = 2{,}7\ cm$

$k_1 = \dfrac{0{,}38 \cdot 30{,}9\ cm^2}{1{,}0 \cdot 28{,}1\ cm} = 0{,}418\ cm$

$M_{1,Rd} = \dfrac{0{,}9 \cdot 23{,}5\ \frac{kN}{cm^2} \cdot 30{,}9\ cm^2}{\sqrt{3} \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}0} \cdot 28{,}1\ cm = 9639\ kNcm$

GK 2: $b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}\,a_b + 5(t_{fc} + s) = 27{,}6\ cm$

$k_2 = \dfrac{0{,}7 \cdot 27{,}6\ cm \cdot 1{,}1\ cm}{20{,}8\ cm} = 1{,}02\ cm$

$w = \dfrac{1}{\sqrt{1 + 1{,}3\left(b_{eff,c,wc} \cdot t_{wc} \cdot \frac{1}{A_{vc}}\right)^2}} = 0{,}670$

$\lambda_p = 0{,}932 \sqrt{\dfrac{b_{eff,c,wc} \cdot A_{vc} \cdot f_{y,vc}}{E \cdot t_{wc}^2}} = 0{,}679$

$\rho = (\lambda_p - 0{,}22)\dfrac{1}{\lambda_p^2} = 0{,}996$

$M_{2,Rd} = \dfrac{k_{wc} \cdot w \cdot \rho \cdot b_{eff,c,wc} \cdot t_{wc} \cdot f_{y,wc}}{\gamma_{M1}} \cdot z = 12158\ kNcm$

GK 3: $k_2 = k_3 = 1{,}02\ cm$

$M_{3,Rd} > M_{4,Rd}$ $\Rightarrow$ nicht maßgebend

(2)

$4: k_4 = \infty$

$$k = \frac{t_{fc}}{t_{fb}} \cdot \frac{f_{y,fc}}{f_{y,fb}} = 1{,}0$$

$$b_{eff,b,fc} = t_{wc} + 2 \cdot 5 + 7k \cdot t_{fc} = 19{,}9\,cm$$

$$0{,}7 \cdot b_{fb} = 30 \cdot 0{,}7 = 21\,cm > b_{eff,b,fc}$$

$\Rightarrow$ Stützenflansch aussteifen!

$$M_{4,Rd} = \frac{b_{eff,b,fc} \cdot t_{fb} \cdot f_{y,fb}}{\gamma_{M_0}} \cdot z = 22\,600\ kNcm$$

$$M_{Rd} = \min M = 96{,}4\ kNm$$

$$S_{ini} = \frac{Ez^2}{\sum 1/k_i} = \frac{21000\,\frac{kN}{cm^2}\,(28{,}1\,cm)^2}{\frac{1}{0{,}418} + \frac{1}{1{,}02} + \frac{1}{1{,}02} + \frac{1}{\infty}} = 3810\,000\ kNcm$$

für $M_d = M_{Rd} \Rightarrow \mu = 1{,}5^{2{,}7} = 2{,}99$

$$S = \frac{S_{ini}}{2{,}99} = 1\,270\,000\ kNcm$$

$$\phi_{B,ed} > M_{B,d_s} / S_B$$

$$\frac{M_B}{S_B} = \frac{9640\ kNcm}{1270000\ kNcm} = 7{,}35 \cdot 10^{-3}\,rad < 15 \cdot 10^{-3}\,rad$$

$$C_R = \frac{3EI_R}{l_R} = 2265\,300\ kNcm$$

$$M_F \leq C_R \cdot \phi + \frac{1}{2} \cdot M_B$$

$$M_F \leq 38\,200\ kNcm < M_{pl,y,d} = 41\,800\ kNcm$$

$$C_{s,sup} = \frac{6EI}{H} = 7\,930\,000 \text{ kNcm}$$

$$C_{s,inf} = \frac{3EI}{H} = 5\,290\,000 \text{ kNcm}$$

$$C_E = S_A = 1\,270\,000 \text{ kNcm}$$

$$C_A = \frac{C_E\,(C_{s\,sup} + C_{s\,inf})}{C_E + C_{s\,sup} + C_{s\,inf}} = 1\,160\,000 \text{ kNcm}$$

$$M_A = M_F \frac{C_A}{\frac{1}{2} C_A + C_B} = 15\,800 \text{ kNcm} > 9\,640 \text{ kNcm}$$

$$M_F = 388 \text{ kNm}$$

$$M_A = M_B = 96{,}4 \text{ kNm}$$

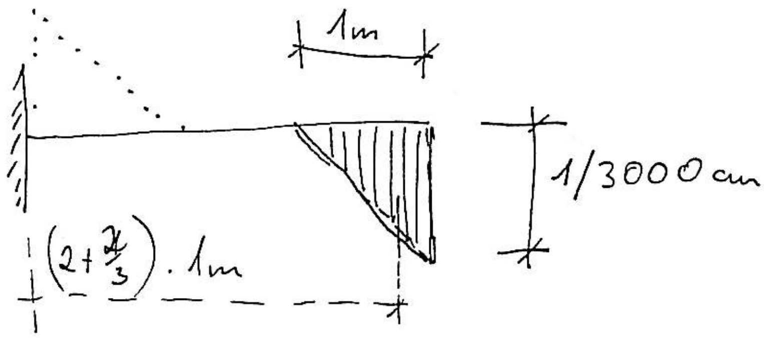
$$P_{Tr,k} = \frac{8}{\ell^2}\left[\frac{M_A + M_B}{2} + M_F\right]$$

$$P_{Tr,d} = 79{,}1 \text{ kN/m} \qquad P_{Tr,k} = 52{,}7 \text{ kN/m}$$

Lösung Aufgabe 5 - DWIW + PL.B

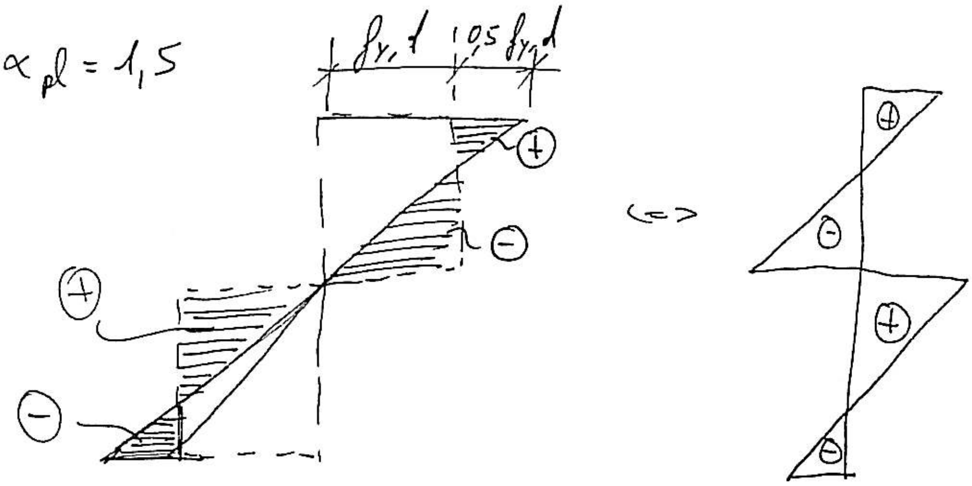
5.1 $F_{pl} = M_{pl}/L = 60\,kNm/3m = 20\,kN$

5.2. "Zusatzkrümmungen" - Mohr'sche Analogie



$$w_{5l} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3000} \cdot 100\,cm \cdot \frac{800\,cm}{3} = 4,4\,cm$$

5.3 $\alpha_{pl} = 1,5$



5.4 a. und c. F_{pl} und Eigensp. ändern sich nicht.

b. Die Durchbiegung nimmt zu.